Условия и решения
Осенняя интернет-олимпиада «2×2»
3 класс

Более 10 лет Творческая лаборатория «Дважды Два» проводит олимпиады школьников. В 2016 году 2 наших ученика стали членами сборной России по математике и представляют нашу страну на 57-й Международной математической олимпиаде.

В этой брошюре вы сможете найти вариант интернет-олимпиады, который проходил на Портале интернет-олимпиад «2х2». Вы можете использовать эти материалы для проведения олимпиадного тренинга у себя в классе или со своим ребенком. В брошюре содержатся условия задач для распечатки и выдачи детям, а также подробные решения всех задач. Также для каждой задачи приведены подробные критерии оценивания и методические рекомендации.

Школы, организованно проводящие наши интернет-олимпиады для своих школьников, получают от нас подробную статистику своих учеников и набор методических рекомендаций, которые используют в учебной работе. Если вы хотите организованно провести интернет-олимпиаду в своей школе, напишите нам по адресу: admin@olimpiada2x2.ru

Сайте проведения интернет-олимпиад: olimpiada2x2.ru

Адрес для связи: admin@olimpiada2x2.ru

Прохождение олимпиады

Олимпиада состоит из 2 туров по 6 задач в каждом. На решение каждого тура отводится 1 астрономический час (60 минут). В каждой задаче указано наибольшее количество баллов, которое можно набрать за эту задачу.
Во второй части брошюры для каждой задачи приведены подробные решения, критерии оценивания и методические указания.

Желаем успехов!

Условия задач
I тур

Задача 1. «Километровые столбы» (5 баллов)

Крокодил Гена ехал на велосипеде между городами А и В и увидел километровый столб, на котором были цифры 0, 1, 2 и 3 — каждая хотя бы по одному разу. С одной стороны столба написано расстояние от него до города А, а с другой стороны столба написано расстояние от него до города В. Какое наименьшее расстояние может быть между городами А и В?

Задача 2. «Очередь в буфет» (5 баллов)

В школьном буфете в очереди в некотором порядке стоят Аня, Белла, Вика, Гриша и Дима. Известно, что никакие две девочки не стоят рядом, при этом Аня не стоит рядом с Гришей, а Дима не стоит рядом с Викой. Кто из детей может стоять на первом месте в очереди?

Задача 3. «Дни недели» (6 баллов)

Среди гномов Кими, Тили и Вини провели опрос в надежде узнать, какой сегодня день недели. Каждый из них сделал утверждение.
Кими: «Сегодня день недели, название которого начинается на букву С».
Тили: «Вчера был день недели, название которого начинается на букву В».
Вини: «Вчера была пятница или вторник».
Оказалось, что только один гном сказал правду. Какой день недели мог быть сегодня?

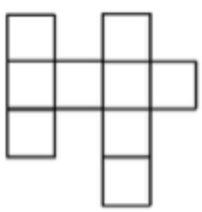
Задача 4. «Про краснодеревщика» (7 баллов)

Краснодеревщик Никита любит пилить доски. У него есть длинная доска, из которой он хочет получить 15 коротких досок (некоторые из которых могут быть разной длины). Какое наименьшее число распилов он должен сделать (несколько досок можно складывать друг с другом и тогда считается, что Никита делает один распил)?

Задача 5. «Много тортов не бывает» (7 баллов)

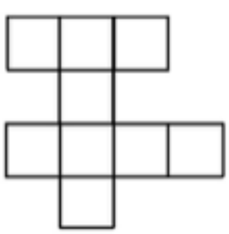
У Малыша и Карлсона вместе меньше 12 тортов. Если бы Карлсон отдал один торт Малышу, то у Карлсона тортов было бы всё равно не меньше, чем у Малыша. При этом если бы у Малыша было в 3 раза больше тортов, а у Карлсона в 2 раза больше тортов, то тогда у Малыша было бы не меньше тортов, чем у Карлсона. Сколько тортов у Малыша и сколько тортов у Карлсона?

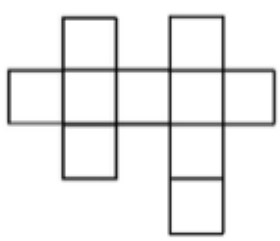
Задача 6. «Повороты и перевороты» (4 балла)

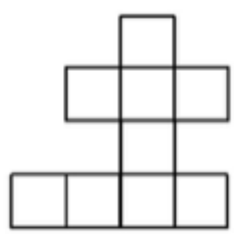


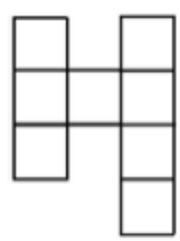
Какие фигуры можно получить из указанной, если ее можно и поворачивать и переворачивать?

Варианты ответов (ответ может быть не единственным):









II тур

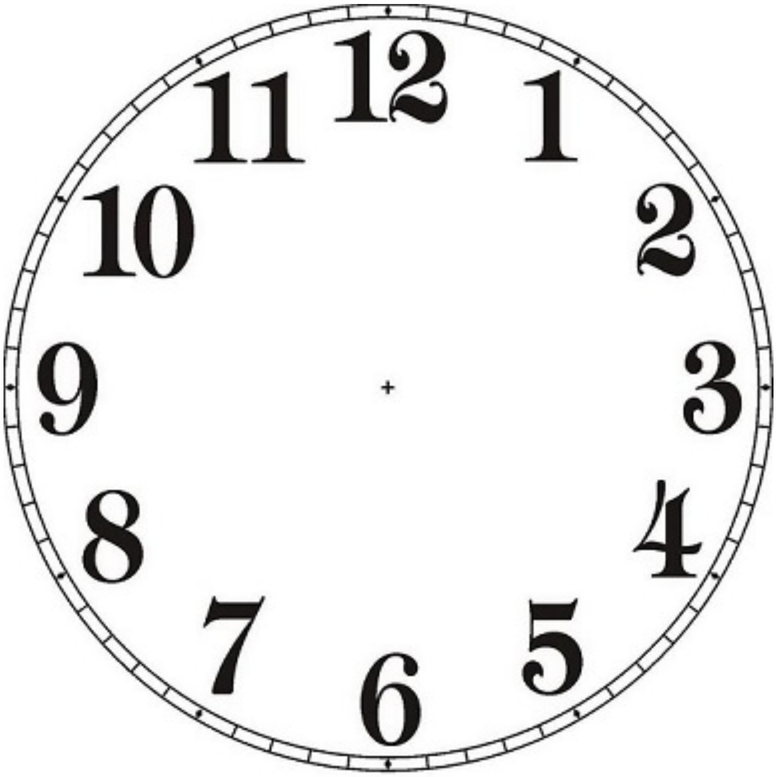
Задача 1. «Уличная» (7 баллов)

Коля живет на улице Лазурная, дома на которой имеют номера: 1, 2, 3, 4, … и так далее. Для записи всех номеров домов на улице Лазурная потребуется 13 цифр «2». Сколько всего домов может быть на улице Лазурная?

Задача 2. «Бахчевой развал» (6 баллов)

Саша и Никита пошли покупать арбуз. Они дали 30 рублей продавцу и получили сдачу. На сдачу они получили столько рублей, сколько стоил арбуз, а после этого Саша заметила, что продавец дал им сдачи на 4 рубля меньше, чем нужно. Сколько рублей стоил арбуз?

Задача 3. «Циферблат» (8 баллов)

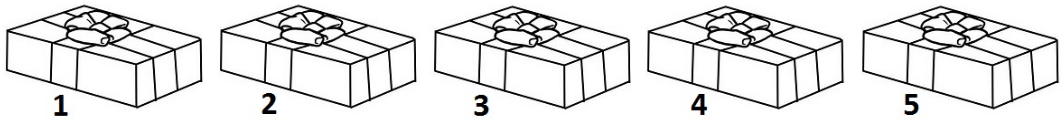


С утра кот Васька в грациозном прыжке разбил циферблат механических часов на 4 части, причем никакое из двузначных чисел на циферблате не пострадало (то есть число 12 осталось числом 12, а не разбилось на две цифры — 1 и 2). Оказалось что суммы чисел на четырех получившихся частях циферблата являются четырьмя последовательными числами. Найдите наибольшее из четырех этих последовательных чисел.

Задача 4. «День рождения» (7 баллов)

Однажды Тигра заметил: «Позавчера была среда, а сегодня мой день рождения!» В какой день недели может быть день рождения у Тигры вследующем году?

Задача 5. «Конфетная» (7 баллов)



В ряд стоит 5 коробок, Вася пронумеровал коробки слева направо: 1-2-3-4-5. В первой и пятой коробке 18 конфет, во второй, третьей и четвертой по 24 конфеты. Вася начинает есть по одной конфете из каждой коробки в таком порядке: 1-2-3-4-5-4-3-2-1-2-3-4-5-… (номера коробок из которых Вася ест по конфете).
В какой коробке конфеты закончатся в первую очередь?

Пояснение к задаче: После того как конфеты в какой-то коробке закончились, Вася прекращает есть конфеты.

Задача 6. (6 баллов)

В классе учатся меньше 30 человек. Все они расселись за парты в своем классе. Если теперь из класса выйдут 10 человек, то среди них обязательно окажется хотя бы один мальчик. Выберите верное утверждение про этот класс.

Варианты ответов:

- А) Мальчиков в классе больше, чем девочек.
- Б) Девочек в классе больше, чем мальчиков.
- В) В классе не больше 20 мальчиков.
- Г) В классе не меньше 20 мальчиков.
- Д) В классе не больше 9 девочек.
- Е) В классе не меньше 9 девочек

Условия задачи и критерии оценивания
I тур

Задача 1. «Километровые столбы» (5 баллов)

Крокодил Гена ехал на велосипеде между городами А и В и увидел километровый столб, на котором были цифры 0, 1, 2 и 3 — каждая хотя бы по одному разу. С одной стороны столба написано расстояние от него до города А, а с другой стороны столба написано расстояние от него до города В. Какое наименьшее расстояние может быть между городами А и В?

Правильный ответ:
Наименьшее расстояние между городами А и В равно 33 км.

Решение:
Если хотя бы с одной стороны столба написано трехзначное число, то расстояние между городами А и В уже больше 100 км. Если же с обеих сторон столба написаны двузначные числа, то в них все цифры от 0 до 3 встречаются хотя бы 1 раз, поэтому они встречаются ровно один раз. При этому расстояние будет наименьшим, если цифры десятков будут как можно меньше, при этом не надо забывать, что число начинаться с 0 не может. То есть на столбе могут быть числа 20 и 13 или 23 и 10. В обоих случаях расстояние между городами А и В будет наименьшим и равно 33 километрам.

Критерии оценивания:

5 баллов — ученик ввёл в поле для ответа число 33.

0 баллов — все остальные случаи ответа.

Методические указания:

Не полный балл – повторить счет в пределах ста. Рассмотреть запись двузначных чисел. Рассмотреть «перебор», как метод решения задач.

Задача 2. «Очередь в буфет» (5 баллов)

В школьном буфете в очереди в некотором порядке стоят Аня, Белла, Вика, Гриша и Дима. Известно, что никакие две девочки не стоят рядом, при этом Аня не стоит рядом с Гришей, а Дима не стоит рядом с Викой. Кто из детей может стоять на первом месте в очереди?

Правильный ответ:
Аня; Вика

Решение:
Поскольку в очереди стоят 3 девочки и 2 мальчика, и никакие две девочки не стоят рядом, то мальчики и девочки в очереди чередуются, при этом очередь начинается и заканчивается девочкой: Д-М-Д-М-Д.
На первом месте стоит девочка, поэтому варианты ответов г) и д) являются неверными.
Заметим, что девочка на третьем месте стоит рядом с обоими мальчиками, то есть это не может быть Аня, так как она не стоит рядом с Гришей, и не может быть Вика, так как она не стоит рядом с Димой, поэтому в центре может стоять только Белла, вариант ответа б) является неверным, а на первом месте может стоять Аня или Вика. Варианты ответов а) и в) являются верными. Очереди могли выглядеть так: Вика, Гриша, Белла, Дима, Аня или Аня, Дима, Белла, Гриша, Вика.

Критерии оценивания:

За каждый из 5 пунктов ответа в этой задаче ученик мог получить +1 балл, -1 балл или 0 баллов. Если ученик не указывал ответ в пункте, он получал 0 баллов за данный пункт. Если ученик верно указывал ответ в пункте, он получал +1 балл за данный пункт. Если ученик неверно указывал ответ в пункте, он получал -1 балл за данный пункт. За всю задачу ученик мог получить от -5 до +5 баллов.

Методические указания:

Не полный балл – повторить метод «перебор», а также разобрать логические связи в решении текстовых задач о расположении различных объектов.

Задача 3. «Дни недели» (6 баллов)

Среди гномов Кими, Тили и Вини провели опрос в надежде узнать, какой сегодня день недели. Каждый из них сделал утверждение.
Кими: «Сегодня день недели, название которого начинается на букву С».
Тили: «Вчера был день недели, название которого начинается на букву В».
Вини: «Вчера была пятница или вторник».
Оказалось, что только один гном сказал правду. Какой день недели мог быть сегодня?

Правильный ответ:
Понедельник

Решение:
Заметим, что Кими и Вини утверждают одно и то же — сегодня суббота или среда, потому что в этом случае вчера был вторник или пятница, а среда и суббота — это единственный два дня недели, названия которых начинаются на букву С. Значит, Кими и Вини одновременно правы или ошибаются. Поскольку два гнома из трех соврали, то это были Кими и Вини. Значит, Тили был прав, и сегодня среда или понедельник, так как вчера был вторник или воскресенье. Но если сегодня среда, то Кими и Вини тоже говорят правду, поэтому сегодня понедельник.

Критерии оценивания:

6 баллов — ученик выбрал единственный правильный день недели.

0 баллов — ученик не указал ответ или выбрал неправильный ответ из предложенных вариантов.

Методические указания:

Не полный балл – повторить тему «календарь». Повторить понятия «вчера», «завтра», «позавчера», «послезавтра». Разобрать, что такое правдивые и ложные высказывания.

Задача 4. «Про краснодеревщика» (7 баллов)

Краснодеревщик Никита любит пилить доски. У него есть длинная доска, из которой он хочет получить 15 коротких досок (некоторые из которых могут быть разной длины). Какое наименьшее число распилов он должен сделать (несколько досок можно складывать друг с другом и тогда считается, что Никита делает один распил)?

Правильный ответ:
Наименьшее число распилов, которые должен сделать Никита равно 4.

Решение:
Каждый раз Никита может удваивать количество досок (если каждый раз будет складывать все имеющиеся доски в одну стопку). То есть после первого распила у него 2 доски, после второго не более 4 досок, после третьего не более 8 досок, после 4 не более 16 досок. Значит, ему потребуется не меньше, чем 4 распила. Покажем как должен действовать Никита, чтобы получить за 4 распила 15 досок. Первые три распила он каждый раз складывает все доски в одну стопку и получает после трех распилив 8 досок. Теперь он складывает 7 досок в одну стопку, отложив одну доску в сторону, и с помощью четвертого распила делает из них 14 досок. Таким образом всего у него получается 15 досок.

Критерии оценивания:

7 баллов — ученик ввёл в поле для ответа число 4.

0 баллов — все остальные случаи ответа.

Методические указания:

Не полный балл – разобрать тему «распилы и разрезы». Разобрать, что такое удвоение при разрезании. Поэкспериментировать с детьми на листочках бумаги.

Задача 5. «Много тортов не бывает» (7 баллов)

У Малыша и Карлсона вместе меньше 12 тортов. Если бы Карлсон отдал один торт Малышу, то у Карлсона тортов было бы всё равно не меньше, чем у Малыша. При этом если бы у Малыша было в 3 раза больше тортов, а у Карлсона в 2 раза больше тортов, то тогда у Малыша было бы не меньше тортов, чем у Карлсона. Сколько тортов у Малыша и сколько тортов у Карлсона?

Правильный ответ:
У Малыша 4 торта, а у Карлсона 6 тортов.

Решение:
Вместе у Малыша и Карлсона 11 тортов или меньше. Из условия задачи следует, что у Малыша хотя бы на 2 торта меньше, чем у Карлсона. Значит, у Малыша не более 4 тортов.
Предположим, у Малыша 1 торт, тогда утроенное его количество тортов должно быть не меньше удвоенного количества тортов Карлсона, значит, у Карлсона в этом случае тоже максимум 1 торт, но у Карсона должно быть хотя бы на 2 торта больше, чем у Малыша — противоречие.
Предположим, у Малыша 2 торта, тогда у Карлсона в этом случае будет не более 3 тортов, поэтому этот случай тоже не подходит.
Пусть у Малыша 3 торта, как мы уже говорили, утроенное количество тортов Малыша должно быть больше удвоенного количества тортов Карлсона. Значит, у Карлсона в этом случае не более 4 тортов, но у него должно быть как минимум на 2 торта больше, чем у Малыша — противоречие.
Пусть у Малыша 4 торта, тогда у Карлсона не более 6 тортов — единственный верный ответ. У Карлсона было 6, а у Малыша 4 торта.

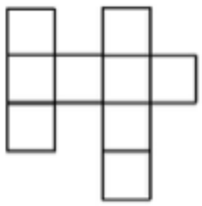
Критерии оценивания:

При оценивании данного задания отдельно оценивались два ответа: количество тортов у Малыша и количество тортов у Карлсона. За верно указанное количество тортов у Малыша ученик получал 3 балла, а за верно указанное количество тортов у Карлсона — 4 балла. Всего за задачу ученик мог получить от 0 до 7 баллов.

Методические указания:

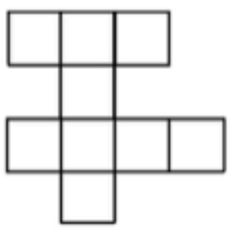
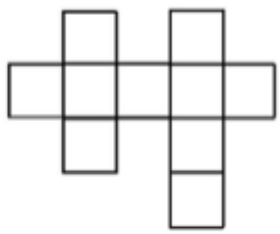
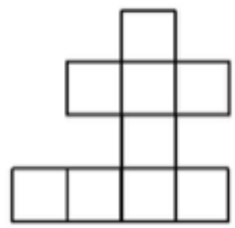
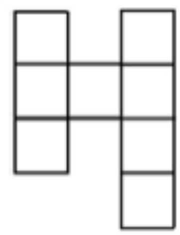
Не полный балл – повторить соотношения «больше на», «меньше на», «больше в», «меньше в». Разобрать тему «перебор».

Задача 6. «Повороты и перевороты» (4 балла)

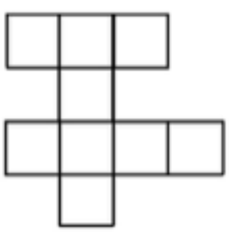


Какие фигуры можно получить из указанной, если ее можно и поворачивать и переворачивать?

Варианты ответов (ответ может быть не единственным):

Правильный ответ:



Решение:

Можно получить только фигуру из пункта б), для этого нужно перевернуть и повернуть исходную фигуру.

Критерии оценивания:

За каждый из 4 пунктов ответа в этой задаче ученик мог получить +1 балл, -1 балл или 0 баллов. Если ученик не указывал ответ в пункте, он получал 0 баллов за данный пункт. Если ученик верно указывал ответ в пункте, он получал +1 балл за данный пункт. Если ученик неверно указывал ответ в пункте, он получал -1 балл за данный пункт. За всю задачу ученик мог получить от -4 до +4 баллов.

Методические указания:

Не полный балл – вырезать различные фигуры из бумаги и зарисовать различные положения фигур. Обратить внимание, что фигуры можно не только поворачивать, но и переворачивать. У каждой фигуры может быть восемь изображений.

II тур

Задача 1. «Уличная» (7 баллов)

Коля живет на улице Лазурная, дома на которой имеют номера: 1, 2, 3, 4, … и так далее. Для записи всех номеров домов на улице Лазурная потребуется 13 цифр «2». Сколько всего домов может быть на улице Лазурная?

Варианты ответов: 13, 28, 29, 30, 31, 32, Сколько угодно

Правильный ответ:
29; 30; 31

Решение:
Заметим, что домов на улице Лазурная не меньше 29, так как тринадцатая цифра 2 появляется в числе 29:
2, 12, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29. Но также возможно, что на улице Лазурная есть дома под номерами 30 или 31 (но точно нет номера 32, так как это будет уже четырнадцатая цифра 2). На улице Лазурной может быть 29, 30 или 31 дом.

Критерии оценивания:

За каждый из 7 пунктов ответа в этой задаче ученик мог получить +1 балл, -1 балл или 0 баллов. Если ученик не указывал ответ в пункте, он получал 0 баллов за данный пункт. Если ученик верно указывал ответ в пункте, он получал +1 балл за данный пункт. Если ученик неверно указывал ответ в пункте, он получал -1 балл за данный пункт. За всю задачу ученик мог получить от -7 до +7 баллов.

Методические указания:

Не полный балл – повторить счет в пределах ста, разобрать запись двузначных чисел. Разобрать метод счета цифр в записи чисел.

Задача 2. «Бахчевой развал» (6 баллов)

Саша и Никита пошли покупать арбуз. Они дали 30 рублей продавцу и получили сдачу. На сдачу они получили столько рублей, сколько стоил арбуз, а после этого Саша заметила, что продавец дал им сдачи на 4 рубля меньше, чем нужно. Сколько рублей стоил арбуз?

Правильный ответ:
13 рублей

Решение:
Заметим, что 30 рублей состоят из стоимости арбуза, сдачи и 4 рублей, которых не хватало в сдаче. Поскольку сдача и стоимость арбуза составляют одно и то же число рублей, то удвоенная стоимость арбуза равна 30 - 4 = 26 рублей, то есть один арбуз стоил 13 рублей.
Также задачу можно было решать другим способом — перебирая возможные значения стоимости арбуза.

Критерии оценивания:

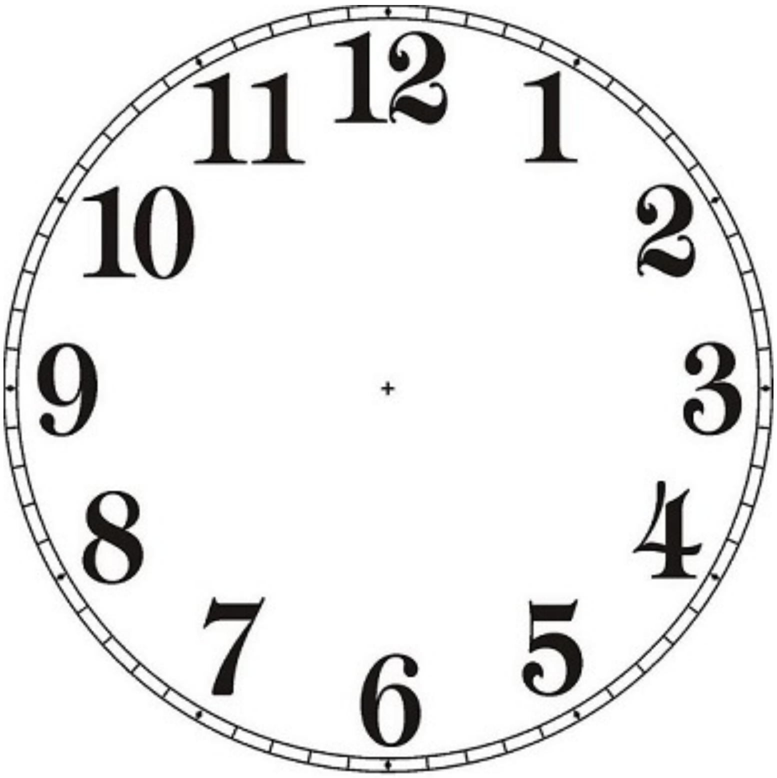
6 баллов — ученик выбрал единственный правильный ответ из предложенных вариантов.

0 баллов — ученик не указал ответ или выбрал неправильный ответ из предложенных вариантов.

Методические указания:

Не полный балл – повторить тему «части».

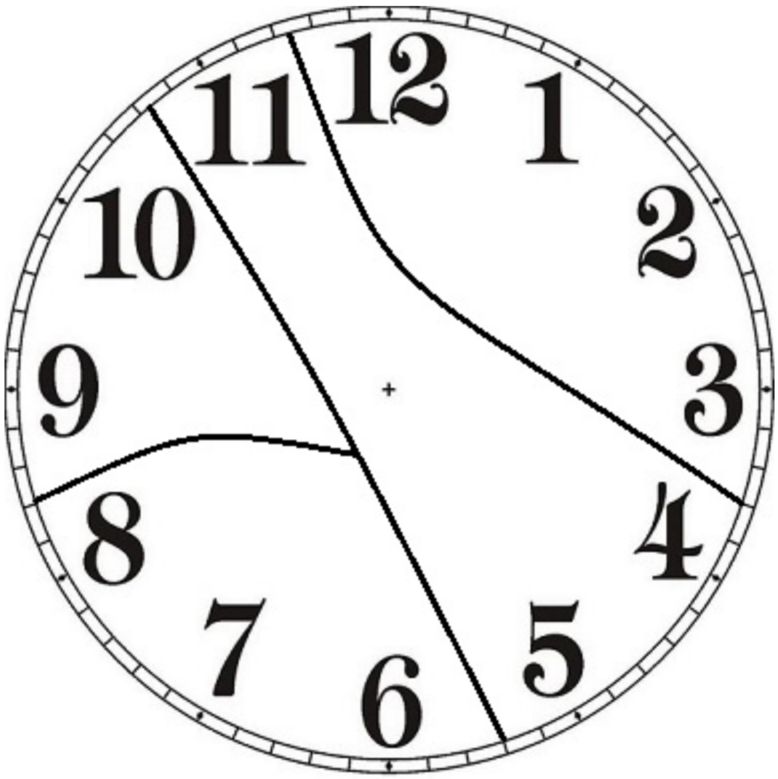
Задача 3. «Циферблат» (8 баллов)



С утра кот Васька в грациозном прыжке разбил циферблат механических часов на 4 части, причем никакое из двузначных чисел на циферблате не пострадало (то есть число 12 осталось числом 12, а не разбилось на две цифры — 1 и 2). Оказалось что суммы чисел на четырех получившихся частях циферблата являются четырьмя последовательными числами. Найдите наибольшее из четырех этих последовательных чисел.

Правильный ответ:
Наибольшая сумма чисел на куске равна 21 .

Решение:



Найдем сумму всех 12 чисел на циферблате: 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 78. Заметим, что 18 + 19 + 20 + 21 = 78. Значит, суммы чисел на четырех частях равны как раз 18, 19, 20 и 21. В ответ нужно написать число 21.

Критерии оценивания:

8 баллов — ученик ввёл в поле для ответа число 21.

0 баллов — все остальные случаи ответа.

Методические указания:

Не полный балл – повторить счет в пределах ста, разобрать тему «суммирование чисел». Можно разобрать «метод Гаусса».

Задача 4. «День рождения» (7 баллов)

Однажды Тигра заметил: «Позавчера была среда, а сегодня мой день рождения!» В какой день недели может быть день рождения у Тигры вследующем году?

Правильный ответ:
Суббота; Воскресенье

Решение:
Из условия задачи следует, что в этом году у Тигры день рождения в пятницу. В следующем году у Тигры день рождения будет в субботу или в воскресенье. Так как каждый год любая дата (например, день рождения или 8 марта) сдвигается на 1 или 2 дня недели вперед, так как не високосный год состоит из 52 недель и 1 дня, а високосный из 52 недель и 2 дней. Если в этом году дата выпала на понедельник, то в следующем году она выпадет на вторник или среду.

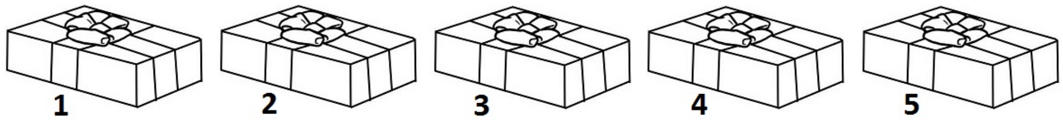
Критерии оценивания:

За каждый из 7 пунктов ответа в этой задаче ученик мог получить +1 балл, -1 балл или 0 баллов. Если ученик не указывал ответ в пункте, он получал 0 баллов за данный пункт. Если ученик верно указывал ответ в пункте, он получал +1 балл за данный пункт. Если ученик неверно указывал ответ в пункте, он получал -1 балл за данный пункт. За всю задачу ученик мог получить от -7 до +7 баллов.

Методические указания:

Не полный балл – повторить тему «календарь». Также повторить понятия «вчера», «завтра», «позавчера», «послезавтра».

Задача 5. «Конфетная» (7 баллов)



В ряд стоит 5 коробок, Вася пронумеровал коробки слева направо: 1-2-3-4-5. В первой и пятой коробке 18 конфет, во второй, третьей и четвертой по 24 конфеты. Вася начинает есть по одной конфете из каждой коробки в таком порядке: 1-2-3-4-5-4-3-2-1-2-3-4-5-… (номера коробок из которых Вася ест по конфете).
В какой коробке конфеты закончатся в первую очередь?

Пояснение к задаче: После того как конфеты в какой-то коробке закончились, Вася прекращает есть конфеты.
Правильный ответ: №4
Решение:

Заметим, что цикл поедания конфет состоит из 8 коробок с номерами: 1-2-3-4-5-4-3-2… За один такой цикл съедается по 2 конфеты из коробок №2,3,4 и по одной конфете из коробок №1,5. Через 11 таких циклов в коробках №1,5 останется по 18 - 11 = 7 конфет. В коробках №2,3,4 останется по 24 - 11 • 2 = 2 конфеты. После этого мы снова по циклу съедим по одной конфете из коробок № 1, 2 , 3 , 4 , 5 (в этот момент в коробках №1,5 по 6 конфет, а в коробках №2,3,4 по последней конфете) после этого мы съедаем последнюю конфету из 4 коробки. То есть коробка №4 опустеет первой.
Критерии оценивания:

7 баллов — ученик выбрал единственный правильный ответ из предложенных вариантов.

0 баллов — ученик не указал ответ или выбрал неправильный ответ из предложенных вариантов.

Методические указания:

Не полный балл – повторить счет в пределах ста. Повторить тему «конструктивы».

Задача 6. (6 баллов)

В классе учатся меньше 30 человек. Все они расселись за парты в своем классе. Если теперь из класса выйдут 10 человек, то среди них обязательно окажется хотя бы один мальчик. Выберите верное утверждение про этот класс.

Варианты ответов:

- А) Мальчиков в классе больше, чем девочек.
- Б) Девочек в классе больше, чем мальчиков.
- В) В классе не больше 20 мальчиков.
- Г) В классе не меньше 20 мальчиков.
- Д) В классе не больше 9 девочек.
- Е) В классе не меньше 9 девочек.

Правильный ответ:
В классе не больше 9 девочек.

Решение:
Докажем, что варианты ответов а), б) и г) являются неверными. Пусть в классе 9 мальчиков и 9 девочек, тогда среди любых 10 детей в классе будет хотя бы 1 мальчик, при этом детей поровну и мальчиков меньше 20.
Пункты ответа в) и е) также являются неверными, так как класс может состоять из 25 мальчиков и 0 девочек.
Пункт ответа д) является единственным верным: предположим, что в классе больше 9 девочек, то есть 10 и более, тогда из класса могут выйти 10 девочек и будет нарушено условие задачи — среди вышедших детей не будет ни одного мальчика. Верное утверждение: «В классе не больше 9 девочек».

Критерии оценивания:

6 баллов — ученик выбрал единственный правильный ответ из предложенных вариантов.

0 баллов — ученик не указал ответ или выбрал неправильный ответ из предложенных вариантов.

Методические указания:

Не полный балл – повторить темы «множества» и «конструктивы».